제 2 교시

Full Contest 1 모의고사 문제지

수학 영역

홀수형

성명		수험 번호					—				

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

지금당장kicearena.com으로!

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

○ 공통과목 ····· 1~8 쪽

○ 선택과목

미적분 ····· 9~12 쪽

※ 시험이 시작될 때까지 표지를 넘기지 마십시오.

KICE Arena

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $2^{-2}\times 2^{3}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

2. 함수 $f(x)=x^{4}+3x^{2}-6$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$의 값은? [2점]

① 44 ② 48 ③ 52 ④ 56 ⑤ 60

3. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_3=5$, $a_9-a_5=12$일 때, a_7의 값은? [3점]

① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

4. 함수

$$f(x)=\begin{cases}3x+a & (x\le 1)\\ x^{2}+2ax & (x>1)\end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

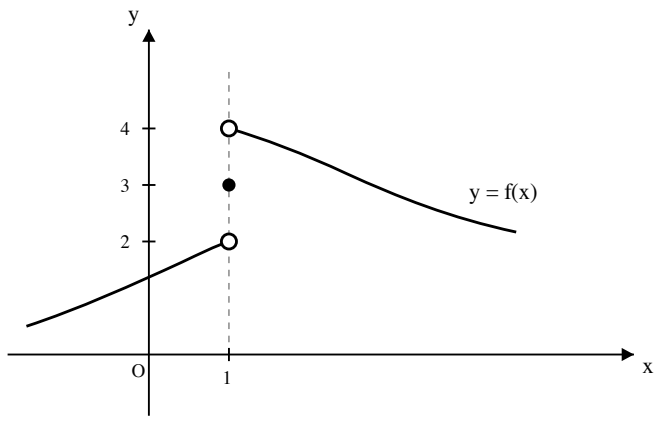
5. $\int_0^2 (3x^2+2x-1)\,dx$의 값은? [3점]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

6. 두 양수 a, b에 대하여 함수 $f(x)=a\sin\frac{x}{b}+1$의 최댓값이 4이고 주기가 6π일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

7. 함수 $f(x)$의 그래프가 다음과 같다.



$\lim_{x\to 1}|f(x)-3|$의 값은? [3점]

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

8. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$\frac{S_3}{2a_1+a_2}=\frac{13}{5}$$

일 때, $\frac{a_7}{a_5}$의 값은? [3점]

① 4 ② 9 ③ 16 ④ 25 ⑤ 36

9. 실수 a에 대하여 x에 대한 방정식

$$4^x - a \cdot 2^x + 16 = 0$$

의 서로 다른 두 실근을 α, β라 하자. $\beta - \alpha = 2$일 때, a의 값은? [4점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

10. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$에 대하여 닫힌구간 $[0, a]$에서의 $f(x)$의 최댓값은 2이고 최솟값은 -2이다. 이 조건을 만족시키는 양수 a의 최댓값과 최솟값의 합은? [4점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

11. 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$S_4 = S_{10}, \qquad a_{10} = 5$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} |a_k|$의 값은? [4점]

① 42 ② 46 ③ 50 ④ 54 ⑤ 58

12. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$xf(x) - \int_0^x f(t)\,dt = 2x^3 - 6x^2$$

을 만족시킨다. $f(2) = -3$일 때, $\int_0^4 |f(x)|\,dx$의 값은? [4점]

① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

13. $0 < t < \frac{\pi}{2}$인 실수 t에 대하여, 닫힌구간 $[0, \pi]$에서 두 부등식

$$\sin x \geq \sin t, \qquad \sin 5x \leq \sin t$$

를 동시에 만족시키는 x의 범위가

$$[a, b] \cup [c, d] \qquad (a < b < c < d)$$

이고, $(b-a)+(d-c) = \frac{\pi}{2}$이다. 이 조건을 만족시키는 모든 t의 값의 합을 S라 할 때, $\frac{16S}{\pi}$의 값은? [4점]

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 두 함수 $g(x)$, $h(x)$를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < 0), \\ f(x)+4 & (x \geq 0) \end{cases} \qquad h(x) = g(x)g(-x)$$

라 하자. 함수 $h(x)$는 실수 전체에서 미분가능하고, 최댓값 0을 갖는 서로 다른 실수 x의 개수는 3이다. $f(3)$의 값은? [4점]

① 50 ② 60 ③ 70 ④ 80 ⑤ 90

15. $a>1$인 실수 a에 대하여 두 곡선

$$y=a^{x-1}+2, \qquad y=\log_a(x-2)+1$$

의 서로 다른 두 교점을 x좌표가 작은 것부터 차례로 A, B라 하자. 점 $P(1,1)$에 대하여

$$\overline{PA}+\overline{PB}=2\overline{AB}$$

일 때, a^9의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

단답형

16. 두 양수 a, b가

$$\log_2 a=\log_4(16b), \qquad ab=32$$

를 만족시킬 때, $a+b$의 값을 구하시오. [3점]

17. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가

$$f(1)=2, \qquad \lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1-h)}{h}=10$$

을 만족시킬 때, $f(3)$의 값을 구하시오. [3점]

18. 등비수열 $\{a_n\}$이

$$a_2+a_4=20, \qquad a_3=8$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{5} a_k$의 값을 구하시오. [3점]

19. 직선 $y=kx$가 곡선

$$y=x^3-6x+16$$

에 접할 때, 실수 k의 값을 구하시오. [3점]

20. 상수 k $\left(\frac{1}{2}<k<1\right)$에 대하여 열린구간 $(0,\pi)$에서 방정식

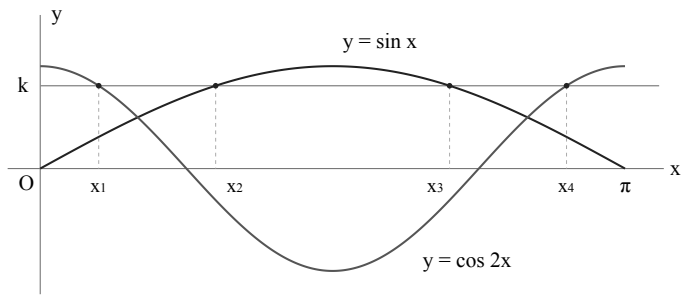
$$(\sin x-k)(\cos 2x-k)=0$$

의 서로 다른 네 실근을 작은 것부터 차례로 x_1, x_2, x_3, x_4라 하자. 다음은

$$x_2^2=x_1x_4$$

일 때, 상수 k의 값을 구하는 과정의 일부이다.

두 곡선 $y=\sin x$, $y=\cos 2x$와 직선 $y=k$의 그래프는 다음과 같다.



$\sin a=k$인 실수 a $\left(\frac{\pi}{6}<a<\frac{\pi}{2}\right)$를 잡자. 열린구간 $(0,\pi)$에서 방정식 $\sin x=k$의 두 실근은 a, $\pi-a$이다. 한편 $\cos 2x=\sin a$의 두 실근은 작은 것부터 차례로 $\boxed{\text{(가)}}$, $\boxed{\text{(나)}}$이다. 두 곡선 $y=\sin x$, $y=\cos 2x$와 직선 $y=k$의 교점을 비교하면

$$x_1=\boxed{\text{(가)}}, \quad x_2=a,$$
$$x_3=\pi-a, \quad x_4=\boxed{\text{(나)}}$$

임을 알 수 있다. 이를 $x_2^2=x_1x_4$에 대입하여 얻은 방정식을 풀고, $\frac{\pi}{6}<a<\frac{\pi}{2}$임을 이용하면

$$a=\boxed{\text{(다)}}$$

이다. 따라서 $k=\sin\left(\boxed{\text{(다)}}\right)$이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $p(a)$, $q(a)$라 하고, (다)에 알맞은 수를 α라 하자. $\frac{q(\alpha)}{p(\alpha)}$의 값을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 실수 a의 값의 범위가 $(-1,0)\cup(1,2)$이다. $f(4)$의 최솟값을 구하시오. [4점]

(가) 함수 $f(x)$에 대하여

$$\left(\int_{x_1}^{x_2} f(t)\,dt\right)\left(\int_{x_2}^{x_3} f(t)\,dt\right)<0$$

을 만족시키는 세 실수 $x_1<x_2<x_3$가 열린구간 $(a,a+1)$에 존재한다.

(나) $f(1)=-4$

22. 모든 항이 양의 정수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 양의 정수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases}\dfrac{a_n}{2} & (a_n\text{이 짝수인 경우})\\ a_n+3 & (a_n\text{이 홀수인 경우})\end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_n=a_{n+3}$을 만족시키는 양의 정수 n의 최솟값이 4일 때, 가능한 모든 a_1의 값의 합을 구하시오. [4점]

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{x(e^x+1)}$의 값은? [2점]

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

24. 첫째항이 3인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 4$$

일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$의 값은? [3점]

① $\dfrac{48}{5}$ ② $\dfrac{52}{5}$ ③ $\dfrac{56}{5}$ ④ 12 ⑤ $\dfrac{64}{5}$

25. $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2}\,dx$의 값은? [3점]

① $2-\frac{2}{e}$ ② 1 ③ $1-\frac{1}{e}$ ④ $1-\frac{2}{e}$ ⑤ $-1+\frac{2}{e}$

26. 곡선 $y=x\ln x$ 위의 점 (e,e)에서의 접선과 두 좌표축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는? [3점]

① $\frac{e^2}{16}$ ② $\frac{e^2}{8}$ ③ $\frac{e^2}{4}$ ④ $\frac{e^2}{2}$ ⑤ e^2

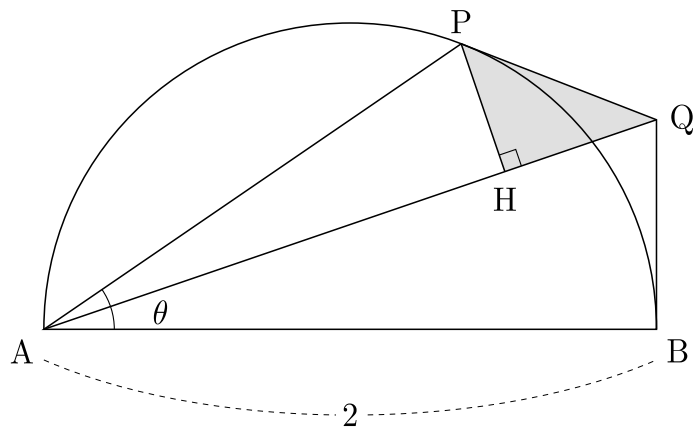
27. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t \geq 0)$에서의 위치 (x, y)가

$$x = e^t + e^{-t}, \qquad y = 2t$$

이다. 시각 $t = 0$부터 $t = T$까지 점 P가 움직인 거리가 시각 $t = T$에서의 점 P의 x좌표보다 1만큼 작을 때, 시각 $t = T$에서 점 P의 속력은? (단, T는 양수이다.) [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

28. 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 점 P에 대하여 $\angle PAB = \theta$라 하자. 두 점 P, B에서의 접선의 교점을 Q, 점 P에서 직선 AQ에 내린 수선의 발을 H라 하자. 삼각형 PQH의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$이다.) [4점]



① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

단답형

29. 첫째항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$이

$$\sum_{n=1}^{\infty}|a_n|=6, \qquad \sum_{n=1}^{\infty}(a_n+a_{n+1})=1$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n-a_{n+1})^2$의 값을 구하시오. [4점]

30. 최고차항의 계수가 4인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $F(x)$를

$$F(x)=\int_0^x f(t)\,dt$$

라 하자. $a_1=5$이고, 모든 양의 정수 n에 대하여 곡선 $y=F(x)$ 위의 점 $(a_n, F(a_n))$에서의 접선은 x축과 한 점에서 만난다. 이 점의 x좌표를 a_{n+1}이라 하자. 수열 $\{a_n\}$과 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(6)$의 값을 구하시오. [4점]

(가) 모든 양의 정수 n에 대하여 $a_{n+1}<a_n$이고, $\{a_n\}$은 양수로 수렴한다.
(나) $\lim_{n\to\infty}\dfrac{F(a_{n+1})}{F(a_n)}=\dfrac{8}{27}$
(다) $F(5)=5$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마십시오.