제 2 교시

Full Contest 3 모의고사 문제지

수학 영역

홀수형

성명		수험 번호					—				

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

지금당장kicearena.com으로!

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

○ 공통과목 ····· 1~8 쪽

○ 선택과목

미적분 ····· 9~12 쪽

※ 시험이 시작될 때까지 표지를 넘기지 마십시오.

KICE Arena

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $\left(16^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{1}{3}}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

2. 함수 $f(x)=x^3-2x$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(h)-f(0)}{h}$의 값은? [2점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

3. 수열 $\{a_n\}$이

$$\sum_{k=1}^{5}(a_k-a_{k+1})=12, \qquad a_6=3$$

을 만족시킬 때, a_1의 값은? [3점]

① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

4. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2+1 & (x<0) \\ 2x+3 & (x\geq 0) \end{cases}$$

에 대하여 $\lim_{x\to 0-}\{f(x)+f(-x)\}$의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

5. $\int_{-1}^{1}(3x^2+2x+1)\,dx$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$이고 $\sin\theta=\frac{3}{5}$일 때, $\tan\theta$의 값은? [3점]

① -1 ② $-\frac{3}{4}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ 0

7. 함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x+a$의 극댓값이 7일 때, 이 함수의 극솟값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① -35 ② -30 ③ -25 ④ -20 ⑤ -15

8. 등비수열 $\{a_n\}$이 $a_1=2$, $a_3=18$, $a_2<0$을 만족시킬 때, $a_1+a_2+a_3$의 값은? [3점]

① 14 ② 17 ③ 20 ④ 23 ⑤ 26

9. 곡선 $y = x^3 - 3x$에 접하고 y절편이 -16인 직선의 기울기는? [4점]

① 0 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

10. 부등식

$$\log_2(x-1) + \log_2(7-x) \geq 3$$

을 만족시키는 모든 정수 x의 값의 합은? [4점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

11. 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t\geq 0)$에서의 속도가

$$v(t)=3t^2-12t+9$$

이다. 점 P가 출발한 후 처음으로 원점으로 돌아올 때까지 움직인 거리는? [4점]

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

12. 삼각형 ABC에서

$$\overline{AB}=3,\qquad \overline{AC}=6,\qquad \angle BAC=\frac{2\pi}{3}$$

이다. $\angle BAC$의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 할 때, 선분 AD의 길이는? [4점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

13. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_{x}^{x+2} f(t)\,dt$$

라 하자. 함수 $g(x)$가 $x=-1$에서 극대이고 $x=1$에서 극소이며 $g(0)=2$일 때, $f(0)$의 값은? [4점]

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

14. 어느 금융시장에서 기초지수는 2거래일을 주기로 다음과 같이 변동한다.

> 1. 첫째 날에는 전일 대비 $100x\%$ 상승한다.
> 2. 둘째 날에는 주기 시작 시점의 가격으로 되돌아온다.

단, $0<x<\frac{1}{2}$이고, 모든 주기에서 x의 값은 일정하다. ETF A와 ETF B는 이 기초지수의 당일 수익률의 각각 2배, 3배를 그날의 수익률로 갖는다. 어느 한 주기 동안 ETF B의 가격은 정확히 75% 하락하였다. 두 투자자 갑과 을은 첫 번째 주기 시작 직전에 동일한 금액 M원의 현금만을 보유하고 있다. 두 투자자는 각 주기의 마지막 거래일 장 종료 직후, 자신의 남아 있는 현금의 일정한 비율 p만큼 ETF를 매수한다. 단, $0<p<1$이고 이 비율은 모든 주기에 걸쳐 동일하다.

> 1. 갑은 매수 금액 전부로 ETF A를 매수한다.
> 2. 을은 매수 금액 전부로 ETF B를 매수한다.

매수한 ETF는 매도하지 않으며, 남아 있는 현금에는 이자가 붙지 않는다. 소수 단위의 ETF도 매수할 수 있고, 세금과 수수료는 고려하지 않는다. n번째 주기의 매수가 완료된 직후, 갑과 을의 ETF 평가금액만을 각각 A_n, B_n이라 하자. 다음 조건이 성립한다.

$$A_3-B_3=\frac{3}{2}(A_2-B_2).$$

자연수 n에 대하여 A_n-B_n이 최대가 되도록 하는 n의 값을 구하시오. [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

15. 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 이 수열이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $n \neq 4$인 모든 양의 정수 n에 대하여 $S_n < S_4$이다.
(나) $S_8 = 16$, $|a_3| + |a_7| = 20$이다.

$\sum_{k=1}^{10} |a_k|$의 값을 구하시오. [4점]

① 126 ② 129 ③ 132 ④ 135 ⑤ 138

단답형

16. 방정식 $\log_5(2x-1) = 2$를 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$가 $f'(x) = 3x^2 + 2x$, $f(-1) = 4$를 만족시킬 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [3점]

18. 세 변의 길이가 각각 5, 7, 8인 삼각형의 넓이를 S라 할 때, S^2의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수 $f(x)=x^3-6x^2+ax$가 실수 전체의 집합에서 증가하도록 하는 실수 a의 최솟값을 구하시오. [3점]

20. 상수 $a\,(0<a<1)$에 대하여 $0\le x\le 6$에서 방정식

$$\left(\sin\frac{\pi x}{6}-a\right)\left(\cos\frac{\pi x}{6}-a\right)=0$$

의 서로 다른 세 실근을 작은 것부터 차례로 x_1, x_2, x_3이라 하자. x_1, x_2, x_3이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $4(x_1+x_2+x_3)$의 값을 구하시오. [4점]

21. 상수 $k\,(k>1)$에 대하여 곡선 $y=\log_k x$ 위의 제1사분면에 있는 점을 $A(a,b)$라 하자. 직선 $y=2b$가 곡선 $y=\log_k x$와 만나는 점을 B, 직선 $x=b$가 곡선 $y=k^x$와 만나는 점을 C라 하자. 세 점 A, B, C가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\angle BAC=\dfrac{\pi}{2}$
(나) (삼각형 OAB의 넓이) : (삼각형 OAC의 넓이) $=2:3$

k^{12}의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

22. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(f(x))=f(x)$$

를 만족시킨다. 모든 양의 실수 t에 대하여,

$$\int_{-t}^{t} f(x)dx=\frac{t^3}{3}+4t^2$$

일 때, 방정식

$$f(x^3-3x)=18$$

의 모든 실근의 제곱의 합을 구하시오. [4점]

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim_{x \to 0} \frac{e^{3x}-1}{2x}$의 값은? [2점]

① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

24. $\int_0^1 \frac{x}{x^2+1}\,dx$의 값은? [3점]

① $\frac{\ln 2}{4}$ ② $\frac{\ln 2}{2}$ ③ $\frac{3\ln 2}{4}$ ④ $\ln 2$ ⑤ $\frac{5\ln 2}{4}$

25. 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^n\left\{1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right\}$의 합은? [3점]

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{6}{5}$ ④ $\frac{8}{5}$ ⑤ 2

26. 함수 $f(x)=x+\ln x\ (x>0)$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 함수 $h(x)=g(e^x)$에 대하여 $h'(0)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

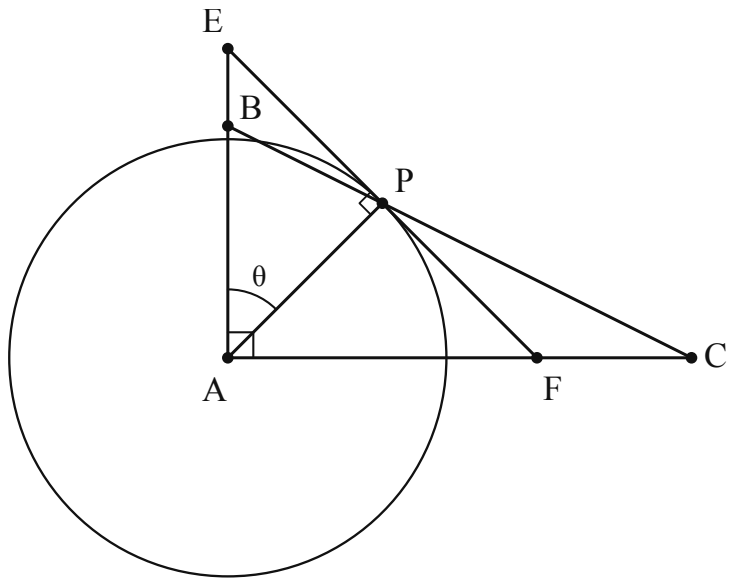
27. 매개변수 $t\,(t>0)$로 나타낸 곡선

$$x=t+\ln t, \qquad y=t^2-2t+\ln t$$

에 접하고 직선 $y=x$와 평행한 직선의 y절편은? [3점]

① $-\frac{15}{4}$ ② -3 ③ $-\frac{9}{4}$ ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ $-\frac{3}{4}$

28. $\angle BAC=\frac{\pi}{2}$, $\overline{AB}=1$, $\overline{AC}=2$인 삼각형 ABC가 있다. 변 BC 위의 점 P에 대하여 $\angle BAP=\theta\,(0<\theta<\frac{\pi}{2})$라 하자. 점 A를 중심으로 하고 점 P를 지나는 원의 점 P에서의 접선이 두 반직선 AB, AC와 만나는 점을 각각 E, F라 하자. 삼각형 AEF의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때, $S'\left(\frac{\pi}{4}\right)$의 값은? [4점]



① $\frac{8}{27}$ ② $\frac{16}{27}$ ③ $\frac{8}{9}$ ④ $\frac{32}{27}$ ⑤ $\frac{40}{27}$

단답형

29. 첫째항과 공비가 각각 0이 아닌 두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$이 각각 수렴하고

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n = \left(\sum_{n=1}^{\infty} a_n\right)\left(\sum_{n=1}^{\infty} b_n\right),$$

$$\left|\sum_{n=1}^{\infty} a_{2n}\right| = 3\left|\sum_{n=1}^{\infty} a_{3n}\right|$$

이 성립한다.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_{3n-1}+b_{2n+2}}{b_n} = S$$

일 때, $80S$의 값을 구하시오. [4점]

30. 두 양수 a, b에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + ax & (x \le 0), \\ x(1+(x^2-b)e^{-x}) & (x > 0) \end{cases}$$

라 하자. 실수 m에 대하여 직선 $y = mx$와 곡선 $y = f(x)$가 만나는 서로 다른 점의 개수를 $g(m)$이라 하자. 함수 $g(m)$은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{m\to\alpha^-} g(m) - \lim_{m\to\alpha^+} g(m) = 1$ 을 만족시키는 양수 α가 오직 하나 존재한다.

(나) 이 α에 대하여 직선 $y = \alpha x$는 곡선 $y = f(x)$와 점 $(b, f(b))$에서 접한다.

$\frac{(a-1)e^b}{b^2} = \frac{p}{q}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 양의 정수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마십시오.