PROBLEM 01

1점

1번 문제

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 있다. 음이 아닌 실수 t에 대하여

$$x > t, \qquad \int_t^x f(u)\,du = 0$$

을 만족시키는 서로 다른 실수 x의 개수를 $g(t)$라 하자. $g(t) = 2$를 만족하는 모든 실수 t가

$$\{0\} \cup (1, 2)$$

일 때, $36f(1)$의 값을 구하시오.

PROBLEM 02

1점

2번 문제

구간 $(0, \infty)$에서 정의된 증가함수 $f(x)$의 도함수는 연속이고, 모든 양수 x에 대하여

$$f(x) > 0, \qquad f(f(x)) = 4x$$

이다. 이 함수가

$$\int_1^4 \frac{1}{x + f(x)}\, dx = \ln \frac{35}{22}$$

를 만족시킬 때,

$$\int_1^4 \frac{4}{4x + f(x)}\, dx = \ln \frac{p}{q}$$

이다. $p + q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 양의 정수이다.)

PROBLEM 03

1점

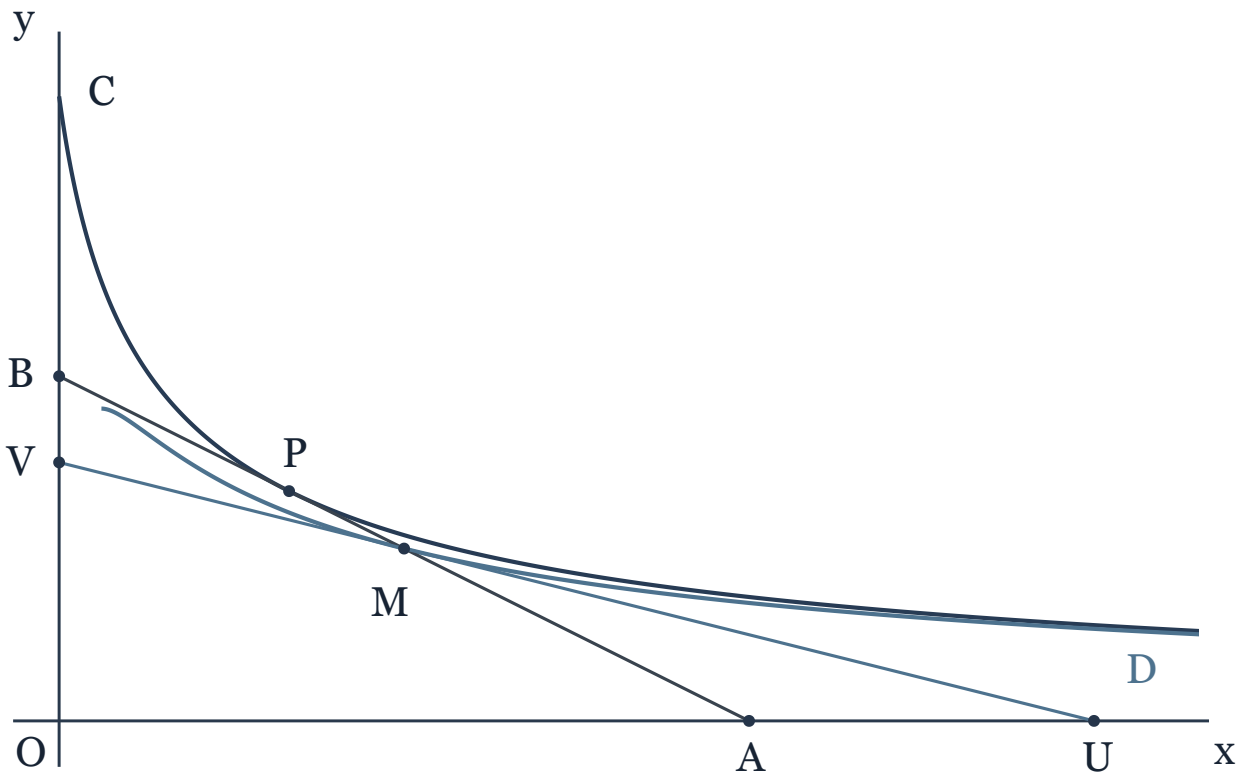
3번 문제

제1사분면에 있는 곡선

$$C: \quad xy + \ln y = 1$$

위의 점 P에서의 접선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 점 P가 곡선 C 위를 움직일 때 선분 AB의 중점 M이 나타내는 곡선을 D라 한다.

곡선 D 위의 점 M에서의 접선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 U, V라 하자. 삼각형 OUV의 넓이가 삼각형 OAB의 넓이의 $\frac{9}{8}$배일 때, 점 U의 x좌표와 점 V의 y좌표의 합은 $\frac{p}{q}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 양의 정수이다.)



PROBLEM 04

1점

4번 문제

최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=3$인 이차함수 $f(x)$가 있다. 방정식

$$\int_{t-2}^{t+2} |f(x)|\,dx = 3\int_{t-2}^{t+2} f(x)\,dx$$

의 실근은 하나이고, 그 값은 양수이다. $f(6)$의 값을 구하시오.

PROBLEM 05

1점

5번 문제

$a > 1$, $0 < b < c < a^3$인 세 실수 a, b, c에 대하여 두 곡선

$$y = a^x, \qquad y = a^{6-x}$$

와 직선 $y = b$의 교점을 각각 A, B라 하고, 두 곡선 $y = a^{6-x}$, $y = a^x$와 직선 $y = c$의 교점을 각각 C, D라 하자.

사다리꼴 $ABCD$의 두 대각선 AC, BD가 점 P에서 서로 수직으로 만나고

$$\overline{AP} = 2\overline{PC}$$

이다. 사다리꼴 $ABCD$의 넓이가 36일 때,

$$a^2 + \frac{1}{a^2}$$

의 값을 구하시오.