PROBLEM 01

1점

1번 문제

$0 < a < \dfrac{2}{3}$인 실수 a에 대하여 함수 $f(x)$가

$$f(x) = \int_0^x \left| t^2 - 1 \right| \, dt$$

이다. 방정식

$$f(x) = ax$$

가 서로 다른 세 실근을 가질 때, $(a+1)^3$의 값을 구하시오.

PROBLEM 02

1점

2번 문제

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자.

모든 양의 정수 n에 대해 $\{a_n\}$과 S_n이 다음 조건을 만족한다.

(가) $S_2 = 1, \quad \sum_{k=1}^{8} S_k = 153$

(나) $a_{n+1} + a_{n+2} = \begin{cases} 2S_n, & (n\text{이 짝수이다.}) \\ a_n + S_n, & (n\text{이 홀수이다.}) \end{cases}$

$a_3 + a_4 + a_5$의 값을 구하시오.

PROBLEM 03

1점

3번 문제

$x > 0$에서 두 함수

$$y = \frac{1}{x}, \qquad y = \sin x$$

의 그래프가 만나는 모든 점의 x좌표를 작은 수부터 차례로 나열한 수열을 $\{a_n\}$이라 하자.

$$\lim_{n\to\infty} a_{2n-1}a_{2n}\sin^2(a_{2n} - a_{2n-1})$$

의 값을 구하시오.

PROBLEM 04

1점

4번 문제

양수 a와 실수 b, c에 대하여 함수 $f(x)$가

$$f(x) = \left|\ln x + ax^2 + bx + c\right| \qquad (x > 0)$$

이다. 함수 $f(x)$가 구간 $(0, \infty)$에서 미분가능하고

$$f'(1) = -\frac{1}{4}$$

일 때, $\frac{1}{a}$의 값을 구하시오.

PROBLEM 05

1점

5번 문제

두 양수 a, b에 대하여 닫힌구간 $[0, 2\pi]$에서 방정식

$$|\sin x - a| = b\cos x$$

의 서로 다른 실근의 개수가 3이고, 이 세 실근의 합이 $\dfrac{13\pi}{6}$이다. $a + \dfrac{1}{a}$의 값을 구하시오.