PROBLEM 01

1번 문제

1점

함수

$$f(x) = e^{x+1} - 1$$

과 양의 정수 n에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x) = 7|f(x)| - \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}|f(x^k)|$$

라 하자.

$g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 모든 양의 정수 n의 값의 합을 구하시오.

PROBLEM 02

1점

2번 문제

첫째항이 양수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 양의 정수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - n & (a_n > 0), \\ a_n + n & (a_n \le 0) \end{cases}$$

을 만족시킨다. 다음 조건을 만족시키는 양의 정수 N이 존재하도록 하는 모든 a_1의 값의 합을 구하시오.

$$1 \le N \le 100, \qquad a_{2N} + a_{2N+1} = 0, \qquad \sum_{n=1}^{2N} a_n = 30$$

PROBLEM 03

1점

3번 문제

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가

$$f(0)=0, \qquad f'(0)=5$$

을 만족시킨다. 함수 $y=|f(x)|+tx$가 극값을 갖는 서로 다른 실수 x의 개수가 5가 되도록 하는 모든 실수 t의 값의 범위가

$$-4<t<5$$

일 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

PROBLEM 04

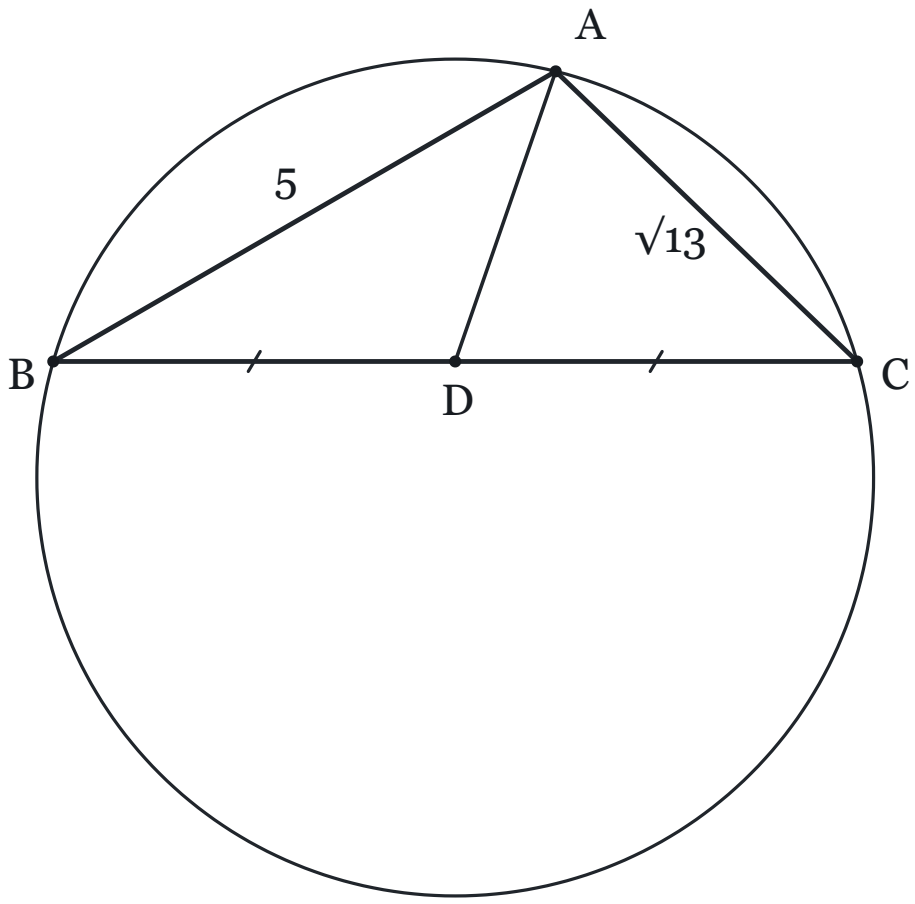
1점

4번 문제

그림과 같이 삼각형 ABC가

$$\overline{AB}=5, \qquad \overline{AC}=\sqrt{13}, \qquad \overline{BC}>5$$

를 만족시키고, 이 삼각형의 외접원의 반지름의 길이는 $\sqrt{13}$이다. 선분 BC의 중점을 D라 할 때, $\overline{AD}^2$의 값을 구하시오.



PROBLEM 05

1점

5번 문제

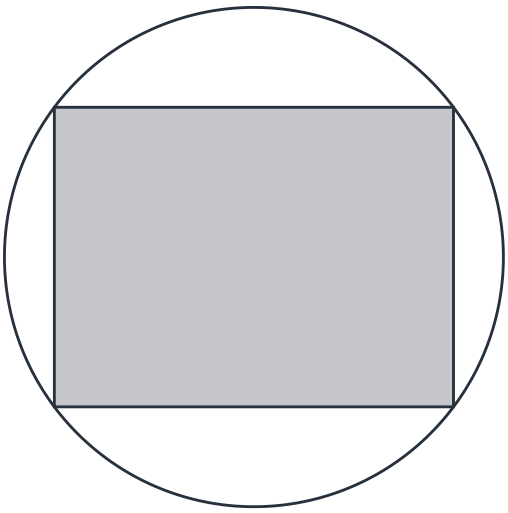
반지름의 길이가 1인 원에 가로와 세로의 길이의 비가 $4:3$인 직사각형을 내접시키고, 그 내부를 색칠하여 얻은 그림을 〔그림 1〕이라 하자.

〔그림 1〕의 원 내부에서 직사각형 외부에 있는 네 부분에 각각 원을 하나씩 그린다. 각 원은 직사각형의 해당 변의 중점에서 그 변에 접하고, 처음 원에 내접한다. 새로 그린 네 원 각각에 가로와 세로의 길이의 비가 $4:3$이고 각 변이 처음 직사각형의 변과 평행한 직사각형을 내접시키고, 그 내부를 추가로 색칠하여 얻은 그림을 〔그림 2〕라 하자.

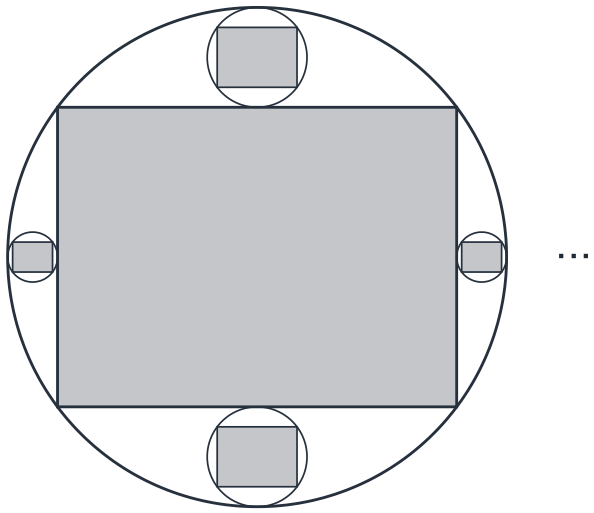
이와 같은 방법으로 매 단계에서 새로 그린 원 각각에 대하여 위의 과정을 반복한다. n번째 얻은 그림에서 색칠된 부분의 넓이를 S_n이라 할 때,

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{p}{q}$$

이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 양의 정수이다.)



[그림 1]



[그림 2]